

演習問題

5.1 つぎの関数を差分せよ.

(1) $6x^3 + 2x^2 + x + 3$ (2) $x^2 a^x$ (3) x^{-1}

(4) $2 \bullet 3^x + 4 \bullet 5^x$ (5) $\frac{3x-2}{2x^2+5x+1}$

5.2 次の式を導出せよ.

$$\Delta \left[\frac{f(x)}{g(x)} \right] = \frac{g(x)\Delta f(x) - f(x)\Delta g(x)}{g(x)g(x+h)}$$

5.3 次の式を導出せよ.

$$f'(x_0) = \frac{1}{6h}(-11f_0 + 18f_1 - 9f_2 + 2f_3)$$

5.4 微分3点公式を用いて次の表で与えられた数値をもとに $x=1.1$ および $x=1.4$ における微分値を求めよ.

x	1.1	1.2	1.3	1.4	1.5	1.6	1.7	1.8	1.9	2.0
$f(x)$	-1.568	-1.064	-0.476	0.208	1.000	1.912	2.956	4.144	5.488	7.000

5.5 前問で求めた $x=1.4$ における微分値の誤差を求めなさい.

5.6 次に示す2階微分の4点公式を求めよ.

$$f''(x_0) \cong \frac{1}{h^2}(2f_0 - 5f_1 + 4f_2 - f_3)$$

5.7 前問の公式を用い、問5.4の表の $x=1.1$ および $x=1.4$ における2階の微分値を求めよ.

5.8 テイラー展開とリチャードソンの方法を用いて次式を求めよ.

$$f'_0 = \frac{f_{-2} - 8f_{-1} + 8f_1 - f_2}{12h} + O(h^4)$$