

A . 7 テイラーの定理

ある区間に於いて $f(x)$ が第 n 階まで微分可能ならば, a を定点, x を任意の点とすると

$$f(x) = f(a) + (x-a) \frac{f'(a)}{1!} + (x-a)^2 \frac{f''(a)}{2!} + (x-a)^3 \frac{f'''(a)}{3!} \\ + \cdots + (x-a)^{n-1} \frac{f^{(n-1)}(a)}{(n-1)!} + (x-a)^n \frac{f^{(n)}(\xi)}{n!}$$

剰余項

$$\xi = a + \theta(x-a), \quad 0 < \theta < 1$$

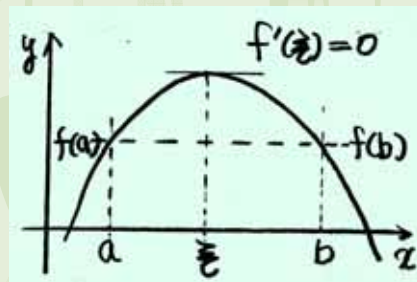


A . 3 Rolle の定理

$f(x)$ は閉区間 $[a, b]$ で連続, 开区間 (a, b) で微分可能, かつ $f(a) = f(b)$ ならば

$$f'(\xi) = 0 \quad (a < \xi < b)$$

を満足する ξ が少なくとも一つ存在する.



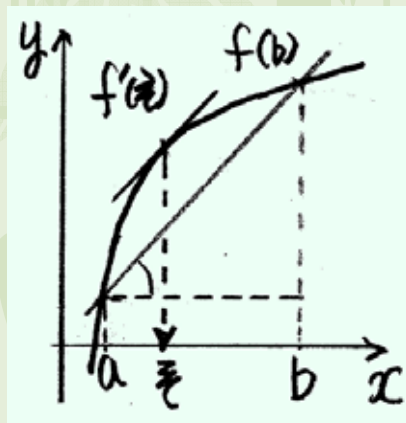
A . 4 微分法の平均値の定理

$f(x)$ は閉区間 $[a, b]$ で連続 , 开区間 (a, b)

で微分可能ならば

$$\frac{f(b) - f(a)}{b - a} = f'(\xi)$$

を満足する ξ がすくなくとも一つ存在する .



A . 8 二項定理

$$(1+z)^n = \sum_{r=0}^{\infty} \binom{n}{r} z^r \quad n, z : \text{任意の複素数} \quad (|z| < 1)$$

二項係数 $\binom{n}{r} = {}_n C_r = \frac{n!}{r!(n-r)!}$

$$(1+z)^n = \sum_{r=0}^n \binom{n}{r} z^r \quad n : \text{自然数} \quad z : \text{任意の複素数} \quad (|z| < 1)$$



A . 8 - b 二項級数

$$\begin{aligned}
 (a+x)^n &= \sum_{r=0}^{\infty} \frac{n(n-1)\cdots(n-r+1)}{r!} a^{n-r} x^r \\
 &= a^n + \frac{n}{1!} a^{n-1} x + \frac{n(n-1)}{2!} a^{n-2} x^2 \\
 &\quad + \frac{n(n-1)(n-2)}{3!} a^{n-3} x^3 + \cdots \\
 &\quad (|x| < |a|)
 \end{aligned}$$



A . 1 1 べき級数展開

$$\frac{1}{a+x} = \sum_{k=0}^{\infty} (-1)^k \frac{x^k}{a^{k+1}} = \frac{1}{a} \left(1 - \frac{x}{a} + \frac{x^2}{a^2} - \frac{x^3}{a^3} + \cdots \right)$$

$$\sqrt{a+x} = \sqrt{a} \left(1 + \frac{x}{2a} - \frac{x^2}{8a^2} + \frac{x^3}{16a^3} - \frac{5x^4}{128a^4} + \cdots \right)$$

$$\frac{1}{\sqrt{a+x}} = \frac{1}{\sqrt{a}} \left(1 - \frac{x}{2a} + \frac{3x^2}{8a^2} - \frac{5x^3}{16a^3} + \frac{35x^4}{128a^4} - \cdots \right)$$



$$(|x| < |a|)$$

A . 1 1 べき級数展開 - 2

$$e^x = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{x^k}{k!} = 1 + \frac{x}{1!} + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \dots \quad (|x| < 1)$$

$$a^x = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(\log a)^k x^k}{k!} = 1 + (\log a) \frac{x}{1!} + (\log a)^2 \frac{x^2}{2!} + \dots$$

$$(a > 1, |x| < 1)$$

$$\log(1+x) = \sum_{k=0}^{\infty} (-1)^{k-1} \frac{x^k}{k} = x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} - \frac{x^4}{4} + \dots$$

$$-1 < x \leq 1$$